

ANALISIS KINERJA SISTEM ANTRIAN M/D/1

Rudi M.T Manullang ⁽¹⁾, M. Zulfin ⁽²⁾

Konsentrasi Teknik Telekomunikasi, Departemen Teknik Elektro

Fakultas Teknik Universitas Sumatera Utara (USU)

Jl. Almamater, Kampus USU Medan 20155 INDONESIA

e-mail: rudi_mangiring_tua_manullang@students.usu.ac.id or rudi_libra26@yahoo.com

Abstrak

Sistem antrian sering dijumpai dalam kehidupan nyata, seperti antrian di bank, pembayaran SPP, aliran paket pada jaringan data dan lainnya. Untuk menyelesaikan masalah antrian seperti pada jaringan paket data, biasanya laju pelayanan akan lebih dioptimalkan daripada laju kedatangan paket. Oleh karena itu, akan dicari solusi menyelesaikan masalah antrian yaitu dengan memakai simulasi sistem antrian. Tulisan ini mengkaji kinerja sistem antrian M/D/1 melalui analisis matematis dan simulasi dimana kedua metode tersebut akan dibandingkan. Dalam mendesain simulasi antrian ini digunakan *software* program *bahasa C DOSBox 0.74*. Adapun parameter yang diamati dari studi simulasi sistem antrian ini yaitu rata-rata jumlah paket dalam sistem antrian, rata-rata jumlah paket yang antri, rata-rata waktu pelayanan, rata-rata waktu di antrian, dan rata-rata dalam sistem antrian. Dari analisis yang dilakukan diperoleh bahwa hasil simulasi dan hasil perhitungan teori dalam setiap asumsi utilitas sistem (ρ) yaitu $\rho = 0,5, 0,7, \text{ dan } 0,9$ yang dilakukan memperlihatkan hasil yang mendekati antara kedua metode tersebut.

Kata kunci: Sistem Antrian, *bahasa C DOSBox 0.74*, Kinerja Antrian M/D/1

1. Pendahuluan

Masalah tentang antrian sering dihadapkan dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam skala kecil atau skala besar dimana membutuhkan penyelesaian dan solusi yang optimal. Salah satu contoh antrian dapat ditemui pada kehidupan nyata, yaitu pada tempat fasilitas pelayanan umum, dimana terjadi proses antrian dari kedatangan, memasuki antrian, menunggu, hingga proses pelayanan berlangsung. Contoh kasusnya seperti antrian heregistrasi mahasiswa baru, antrian sentral telepon, antrian paket aliran jaringan data dan lain- lain.

Dalam mempertahankan pelanggan, sebuah organisasi selalu berusaha untuk memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut diantaranya adalah dengan memberikan pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak dibiarkan menunggu (mengantri) terlalu lama. Jadi, layanan yang cepat sangat membantu untuk mempertahankan pelanggan yang dalam jangka panjang tentu saja akan meningkatkan keuntungan. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk meneliti tentang sistem antrian.

2. Pemodelan Sistem Antrian M/D/1

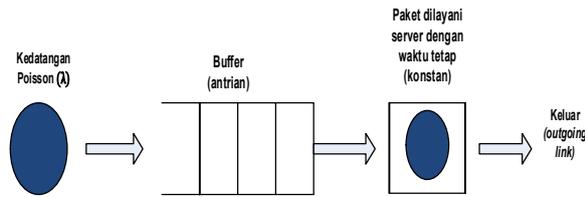
Antrian adalah sebuah aktifitas dimana *customer* menunggu untuk memperoleh layanan[1]. Antrian timbul disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan

(kapasitas) pelayanan atau fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak bisa segera mendapat layanan disebabkan kesibukan layanan.

Sesuai dengan notasi Kendallnya, sistem antrian M/D/1 merupakan sistem antrian dimana waktu kedatangan secara acak (disebut *Markov/M*), waktu pelayanan tetap (disebut *Deterministic/D*), memiliki jumlah *server* = 1, dan dengan mekanisme disiplin antrian FCFS (*First Come First Serve*). Salah satu contoh model ini adalah pada tempat cuci mobil otomatis (*automatic car wash*) yang tempat pencuciannya hanya 1, dimana pada sistem ini, pelanggan (mobil) diproses menurut sebuah siklus tertentu atau mendapatkan pelayanan dengan waktu yang sama [6]. Pada model ini, diasumsikan :

- Laju kedatangan λ (distribusi *Poisson*)
- Waktu pelayanan deterministik (konstan)
- Servernya* tunggal
- First-come-first-served* (FCFS)
- Panjang antrian tak terbatas
- Jumlah pelanggan tak terbatas
- Laju pelayanan sama pada semua *server*

Model antrian M/D/1 dapat dilihat seperti pada Gambar 1.



Gambar 1 Model Sistem Antrian M/D/1

Adapun kinerja yang akan dibahas adalah rata-rata jumlah paket dalam sistem, rata-rata jumlah paket dalam tempat antrian, rata-rata waktu transaksi, rata-rata waktu tunggu pada tempat antri dan rata-rata waktu tunggu dalam sistem. Kinerja sistem antrian tersebut dihitung secara simulasi dengan menggunakan pemrograman *bahasa C* dan dihitung secara teori. Untuk mendapatkan kinerja sistem antrian M/D/1 diperlukan parameter-parameter dengan perhitungan sebagai berikut [5]:

1. Rata-rata jumlah paket dalam antrian (\bar{L}_q) :

$$\bar{L}_q = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad (1)$$

2. Rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L}) :

$$\bar{L} = \bar{L}_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2)$$

3. Rata-rata waktu tunggu dalam antrian (\tan_{rata}) :

$$\tan_{rata} = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad (3)$$

4. Rata-rata waktu transaksi (ttr) :

$$ttr = \frac{1}{\mu} \quad (4)$$

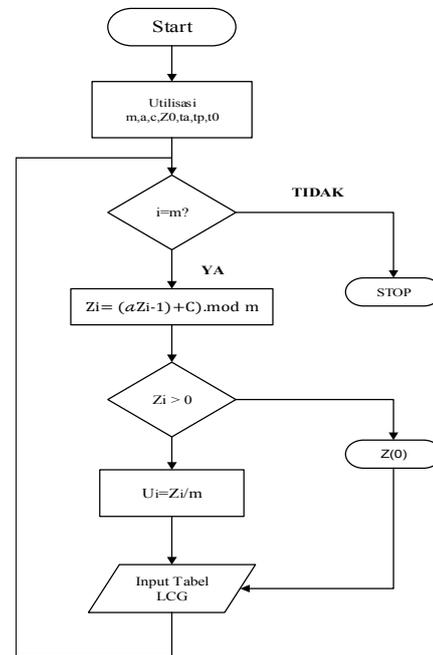
5. Rata-rata lamanya waktu dalam sistem (\tds_{rata}) :

$$\tds_{rata} = \tan_{rata} + ttr \quad (5)$$

3. Metodologi Perancangan Simulasi Sistem Antrian M/D/1

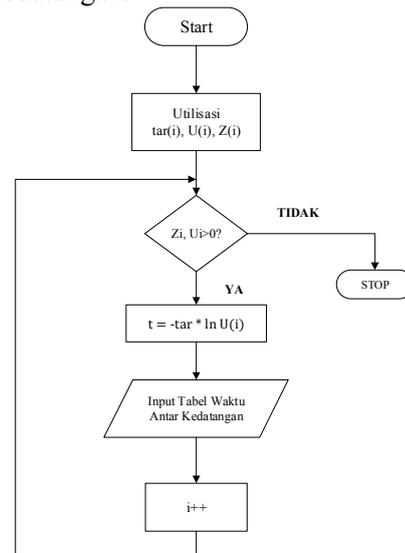
Sebelum suatu program dibuat maka dalam pembuatan program diberikan pedoman dengan terlebih dahulu harus membuat diagram alirnya (*flowchartnya*). Dimana simulasi antrian dibuat dengan bahasa C DOSBox 0.74. Simulasi model antrian M/D/1 ini memakai metode pembangkitan bilangan acak LCG (*Linear Congruential Generators*) [3]. Asumsi nilai LCG dengan nilai $a = 22$, $c = 3$, $m = 500$ dan $Z[0] = 14$. Setelah itu, maka parameter antrian yaitu waktu kedatangan paket (t_a), waktu transaksi (t_t), waktu antrain (t_{an}), dan waktu dalam

sistem (t_{ds}) tersebut akan disimulasikan. Pertama, akan dibuat *flowchart* metode LCG seperti pada Gambar 2.



Gambar 2 Diagram Alir Pembangkitan Bilangan Acak Metode LCG

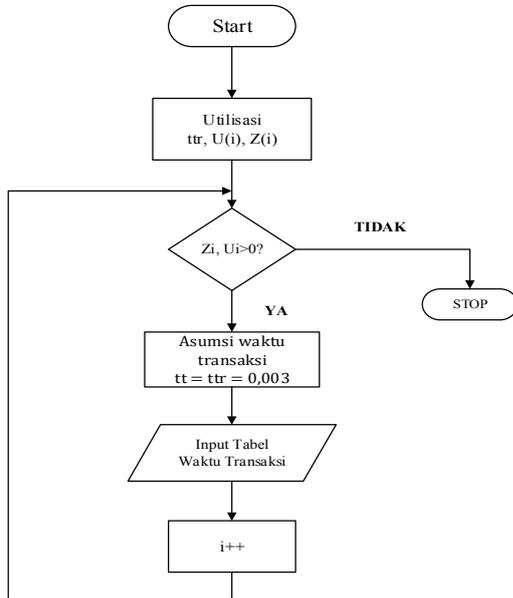
Waktu antar kedatangan tiap paket akan diperoleh dengan model Distribusi *Poisson* (acak). Diasumsikan bahwa waktu antar kedatangan paket ke sistem terdistribusi eksponensial negatif dengan rata-rata 0,005. Gambar 3 memperlihatkan *flowchart* waktu antar kedatangan.



Gambar 3 Diagram Alir Waktu Antar Kedatangan

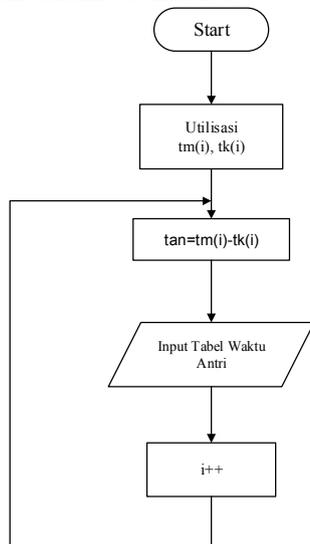
Parameter selanjutnya yaitu waktu transaksi merupakan waktu dimana paket

sedang dalam proses pelayanan. Pada antrian ini, bilangan waktu transaksi diperoleh dengan asumsi waktu konstan (dengan $t_t = 0,003$), yang diperlihatkan dengan diagram alir pada Gambar 4.



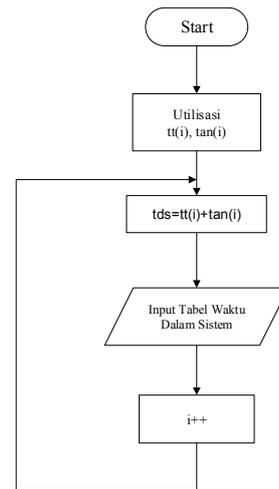
Gambar 4 Diagram Alir Waktu Transaksi

Waktu mengantri terjadi setelah adanya waktu transaksi, dimana waktu antri adalah waktu dimana paket harus menunggu untuk dilayani pada sistem antrian dan *flowchart*nya diperlihatkan dalam Gambar 5.



Gambar 5 Diagram Alir Waktu Antri

Lama waktu dalam sistem merupakan waktu lamanya paket selama dalam transaksi dengan lama paket dalam mengantri untuk dilayani. Gambar 6 memperlihatkan *flowchart* waktu dalam sistem.



Gambar 6 Diagram Alir Waktu Dalam Sistem

Berdasarkan *flowchart* yang diperlihatkan pada Gambar 6 dapat dikatakan simulasi telah selesai, lalu perhitungan parameter kinerja sistem antrian M/D/1 didapat dari program simulasi *bahasa C* yang dijalankan. Tabel 1 memperlihatkan hasil kinerja sistem selengkapnya dimana asumsi nilai $a = 22$, $c = 3$, $m = 500$ dan $Z[0] = 14$, rata-rata waktu kedatangan ($\tau = 0,005$) dan rata-rata waktu transaksi ($t_{tr} = 0,003$).

Tabel 1. Hasil simulasi parameter kinerja sistem antrian M/D/1

No.	Kinerja	Simulasi
1.	(\bar{L})	0,995
2.	(\bar{L}_q)	0,415
3.	t_{trata}	0,003
4.	τ_{rata}	0,00215
5.	t_{dsrata}	0,00515

4. Hasil dan Perbandingan Kinerja Sistem Antrian M/D/1

Hasil dan perbandingan kinerja kinerja sistem antrian M/D/1 akan dilakukan dengan perhitungan teoritis dan juga perbandingan antara simulasi dan teoritis. Secara teoritis, dengan asumsi dimana rata-rata waktu antar kedatangan ($\lambda = 1/0,002 = 500$ paket/detik. Demikian juga asumsi rata-rata waktu transaksi ($t_{tr} = 0,001$ yang berarti tingkat pelayanan ($\mu = 1/0,001 = 1000$ paket/detik ($\rho = 0,5$) sehingga dapat diperlihatkan dalam Tabel 2:

Tabel 2. Hasil teori dengan $\rho = 0,5$

No.	Kinerja	Teori
1.	(\bar{L})	0,3
2.	$(\bar{L}q)$	0,25
3.	tt_{rata}	0,001
4.	tan_{rata}	0,0005
5.	tds_{rata}	0,0015

Untuk asumsi dengan $\rho = 0,7$ dimana rata-rata waktu antar kedatangan ($\tau = 0,002$), maka $\lambda = 1/0,002 = 500$ paket/detik. Lalu asumsi rata-rata waktu transaksi ($ttr = 0,0014$) yang berarti $\mu = 1/0,0014 = 715$ paket/detik, maka sama seperti sistem di atas dapat dibuat ke dalam Tabel 3.

Tabel 3. Hasil teori dengan $\rho = 0,7$

No.	Kinerja	Teori
1.	(\bar{L})	1,513
2.	$(\bar{L}q)$	0,813
3.	tt_{rata}	0,0014
4.	tan_{rata}	0,00162
5.	tds_{rata}	0,00302

Untuk asumsi dengan $\rho = 0,9$ dimana rata-rata waktu antar kedatangan ($\tau = 0,002$), maka $\lambda = 1/0,002 = 500$ paket/detik. Lalu asumsi rata-rata waktu transaksi ($ttr = 0,001785$) yang berarti bahwa $\mu = 1/0,001785 = 560$ paket/detik maka sama seperti di atas diperlihatkan dalam Tabel 4 :

Tabel 4. Hasil teori dengan $\rho = 0,9$

No.	Kinerja	Teori
1.	(\bar{L})	4,62
2.	$(\bar{L}q)$	3,72
3.	tt_{rata}	0,001785
4.	tan_{rata}	0,00744
5.	tds_{rata}	0,009225

Untuk perbandingan kinerja sistem antrian M/D/1 pada hasil simulasi dengan hasil teoritis yaitu :

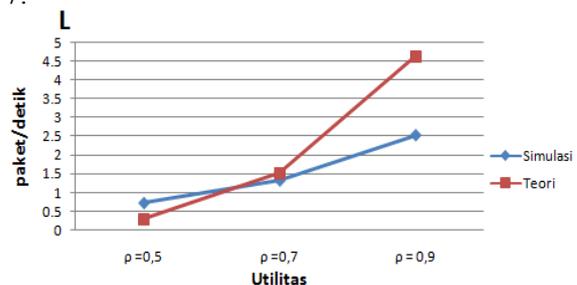
a. Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L}) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

Data perbandingan rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L}) akan dibandingkan setiap utilitas (ρ). Tabel 5 memperlihatkan perbandingan kinerja rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L}).

Tabel 5. Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L})

No.	Utilitas (ρ)	Simulasi (paket/detik)	Teori (paket/detik)
1.	$\rho = 0,5$	0,724	0,30
2.	$\rho = 0,7$	1,321	1,513
3.	$\rho = 0,9$	2,52284	4,62

Berdasarkan Tabel 5 dapat diperlihatkan dalam bentuk gambaran grafik seperti Gambar 7.

Gambar 7 Grafik Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam sistem (\bar{L})

Pada Gambar 7 ditunjukkan grafik rata-rata jumlah paket dalam sistem secara simulasi vs teori. Dimana *line* biru dengan keterangan untuk simulasi dan *line* merah untuk teori. Disini dapat dianalisa bahwa hasil yang diperoleh untuk pada simulasi dan teori menunjukkan perbedaan yang tidak begitu berbeda. Hasil pada teori untuk semua utilitas (ρ) lebih besar dari hasil pada simulasi, ini berarti hasil pada teori lebih baik dari simulasi.

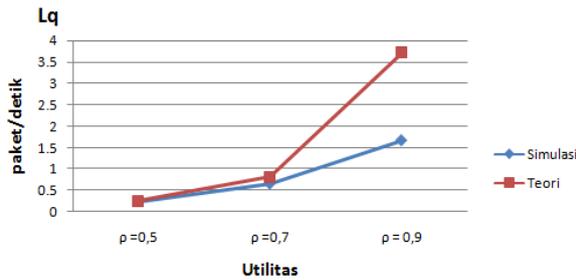
b. Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam antrian ($\bar{L}q$) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

Pada bagian ini, data perbandingan rata-rata jumlah paket dalam antrian ($\bar{L}q$) akan dibandingkan pada setiap utilitas (ρ). Tabel 6 memperlihatkan perbandingan kinerja rata-rata jumlah paket dalam antrian ($\bar{L}q$).

Tabel 6. Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam antrian ($\bar{L}q$)

No.	Utilitas (ρ)	Simulasi (paket/detik)	Teori (paket/detik)
1.	$\rho = 0,5$	0,240	0,25
2.	$\rho = 0,7$	0,645	0,813
3.	$\rho = 0,9$	1,66120	3,72

Dari Tabel 6 dapat juga diperlihatkan dalam bentuk gambaran grafik seperti Gambar 8.



Gambar 8 Grafik Perbandingan rata-rata jumlah paket dalam antrian (\bar{L}_q)

Pada Gambar 8 ditunjukkan grafik perbandingan rata-rata jumlah paket dalam antrian secara simulasi vs teori. Dimana dari gambar *line-line* yang ada dapat dianalisa bahwa hasil untuk setiap utilitas (ρ) yang diperoleh untuk teori lebih besar daripada hasil pada simulasi, ini berarti bahwa kinerja secara simulasi lebih baik dari teori.

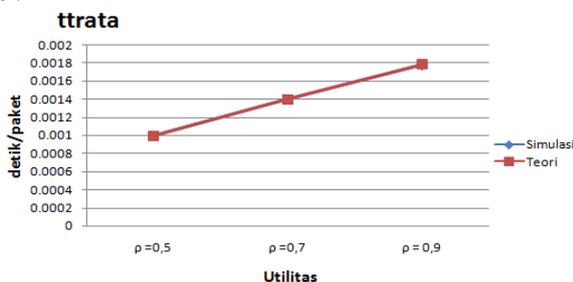
c. Perbandingan rata-rata waktu transaksi (tt_{rata}) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

Data perbandingan rata-rata waktu transaksi (tt_{rata}) akan dibandingkan pada setiap utilitas (ρ). Tabel 7 memperlihatkan perbandingan kinerja rata-rata waktu transaksi (tt_{rata}).

Tabel 7. Perbandingan rata-rata waktu transaksi (tt_{rata})

No.	Utilitas (ρ)	Simulasi (paket/detik)	Teori (paket/detik)
1.	$\rho = 0,5$	0,001	0,001
2.	$\rho = 0,7$	0,0014	0,0014
3.	$\rho = 0,9$	0,00178	0,001785

Dari Tabel 7 dapat juga diperlihatkan dalam bentuk gambaran grafik seperti Gambar 9.



Gambar 9 Grafik Perbandingan rata-rata waktu transaksi (tt_{rata})

Pada Gambar 9 ditunjukkan grafik perbandingan rata-rata waktu transaksi secara

simulasi vs teori. *Line* merah dan biru yang ada pada gambar sama rapatnya antara kedua hasil metode dan dapat dianalisa bahwa hasil untuk setiap utilitas (ρ) yang diperoleh untuk simulasi dan teori menunjukkan hasil yang hampir sama antara keduanya, ini berarti bahwa kinerja secara simulasi sama baik dengan teori. Hal inilah yang menunjukkan kinerja waktu pelayanan sistem antrian M/D/1 ini tetap atau konstan (*Deterministic*) untuk setiap paket yang ada.

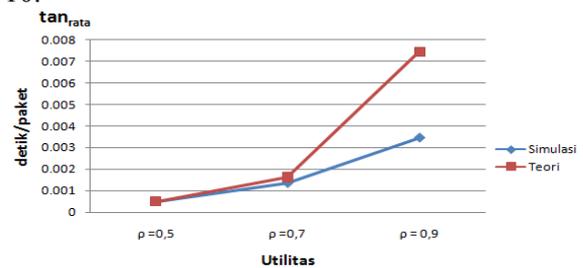
d. Perbandingan rata-rata waktu tunggu di antrian (tan_{rata}) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

Data perbandingan rata-rata waktu tunggu di antrian (tan_{rata}) akan dibandingkan pada setiap utilitas (ρ). Tabel 8 memperlihatkan perbandingan kinerja rata-rata waktu tunggu di antrian (tan_{rata}).

Tabel 8. Perbandingan rata-rata waktu tunggu di antrian (tan_{rata})

No.	Utilitas (ρ)	Simulasi (paket/detik)	Teori (paket/detik)
1.	$\rho = 0,5$	0,001	0,001
2.	$\rho = 0,7$	0,0014	0,0014
3.	$\rho = 0,9$	0,00178	0,001785

Dari Tabel 8 dapat juga diperlihatkan dalam bentuk gambaran grafik seperti Gambar 10.



Gambar 10 Grafik Perbandingan rata-rata waktu tunggu di antrian (tan_{rata})

Pada Gambar 10 ditunjukkan grafik perbandingan rata-rata waktu tunggu di antrian secara simulasi vs teori. Dimana dari gambar *line-line* yang ada dapat dianalisa bahwa hasil untuk setiap utilitas (ρ) yang diperoleh untuk teori juga lebih besar daripada hasil pada simulasi, ini berarti bahwa kinerja secara simulasi lebih baik dari teori.

e. Perbandingan rata-rata waktu tunggu di sistem (tds_{rata}) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

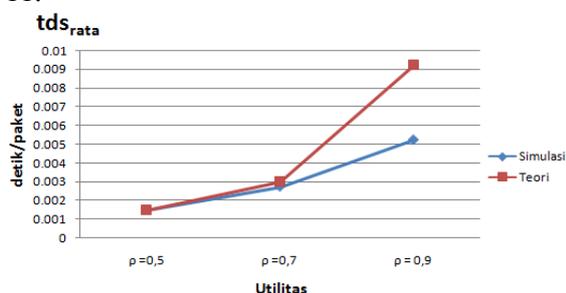
Data perbandingan rata-rata waktu tunggu di sistem (tds_{rata}) akan dibandingkan pada setiap

utilitas (ρ). Tabel 9 memperlihatkan perbandingan kinerja rata-rata waktu tunggu di antrian (\tan_{rata}) untuk $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ dan $\rho = 0,9$.

Tabel 9. Perbandingan rata-rata waktu tunggu di sistem (tds_{rata})

No.	Utilitas (ρ)	Simulasi (paket/detik)	Teori (paket/detik)
1.	$\rho = 0,5$	0,0015	0,0015
2.	$\rho = 0,7$	0,00274	0,00302
3.	$\rho = 0,9$	0,00523	0,00925

Dari Tabel 9 dapat juga diperlihatkan dalam bentuk gambaran grafik seperti Gambar 11.



Gambar 11 Grafik Perbandingan rata-rata waktu tunggu di sistem (tds_{rata})

Pada Gambar 11 ditunjukkan grafik perbandingan rata-rata waktu tunggu di sistem secara simulasi vs teori. Dimana dari gambar *line-line* yang ada dapat dianalisa bahwa hasil untuk setiap utilitas (ρ) yang diperoleh untuk teori juga lebih besar daripada hasil pada simulasi, ini berarti bahwa kinerja secara simulasi lebih baik dari teori.

5. Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari tulisan ini antara lain :

1. Untuk $\rho = 0,5$ ($t_{ar} = 0,002$ dan $t_{tr} = 0,001$) diperoleh: Rata-rata jumlah paket dalam sistem (L) hasil simulasinya 0,724 adalah sedangkan dengan teori yaitu 0,30. Rata-rata jumlah paket dalam antrian (L_q) hasil simulasinya 0,240 adalah sedangkan dengan teori yaitu 0,25. Rata-rata waktu transaksi dalam sistem (tt_{rata}) hasil simulasinya adalah 0,001 sedangkan dengan teori yaitu 0,001. Rata-rata waktu tunggu dalam antrian (\tan_{rata}) hasil simulasinya adalah 0,0005 sedangkan dengan teori yaitu 0,0005. Rata-rata waktu tunggu dalam sistem (tds_{rata}) hasil

simulasinya adalah 0,0015 sedangkan dengan teori yaitu 0,0015.

2. Data-data yang diperoleh dari hasil simulasi dan perhitungan teori menunjukkan nilai yang mendekati (tidak jauh berbeda) antara kedua perbandingan metode tersebut.
3. Parameter kinerja antrian yaitu waktu transaksi (tt) dan waktu transaksi rata-rata (ttr) tidak mengalami perubahan karena diasumsi nilai waktu pelayanannya tetap (konstan/deterministik) untuk semua data.
4. Grafik setiap utilitas (ρ) dari hasil teori lebih besar dari simulasi yang berarti hasil kinerja simulasi lebih baik dari teori karena semakin besar nilai parameter utilitas (ρ) antrian maka sistem akan lebih buruk dan sebaliknya.

6. Referensi

- [1] Dwijanto. 2012. "TEORI ANTRIAN, Riset Operasi". <http://armandjexo.blogspot.com/2012/04/teoriantrian.html>, diakses 6 Desember 2013.
- [2] Anonim. 2008. <http://ghostyoen.files.wordpress.com/2008/02/simulasi-antrian.pdf> diakses pada tanggal 5 Desember 2013.
- [3] Zulfin, M. 2013, "Teori Antrian: Diktat Kuliah". Fakultas Teknik USU. Medan. [4]<http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789267023/Chapter%20II.pdf>, diakses 6 Desember 2013.
- [5] Permadi, I. "Simulasi Antrian". diakses tanggal 7 Desember 2013.
- [6] Maheswari, Hesti. 17 Desember 2012. Model antrian Part 2 (Rumus, Soal+Penyelesaian). <http://operational4me.blogspot.com/2012/12/model-antrian-part-2-rumus.html>. diakses tanggal 2 Januari 2013.
- [7] Viona Nauvalisya, 2005. Tugas Akhir : "Analisis Kinerja Jaringan Packet Switching Tipe Virtual Circuit dengan Menggunakan Algoritma Routing Bellman-Ford". Departemen Teknik Elektro Universitas Sumatera Utara, Medan.
- [8] Hartono, Jogiyanto. 2009. *Konsep Dasar Pemrograman Bahasa C*. Penerbit : Andi. Yogyakarta.